

Équivalence des deux ensembles hors d'équilibre via une propagation de chaos

Shiva DARSHAN, CERMICS ENPC/Matherial Inria Paris - Champs-sur-Marne
Gabriel STOLTZ, CERMICS ENPC/Matherial Inria Paris - Champs-sur-Marne

Dans cet exposé on va parler d'un travail en cours sur l'équivalence des deux formulations de dynamiques stochastiques hors d'équilibre dans le cas de systèmes de particules en interaction de type champ moyen avec le bruit additif et elliptique. La formulation standard qu'on appelle l'ensemble de forçage fixée implique de perturber une dynamique de référence dite la dynamique à l'équilibre par un forçage externe F d'intensité η . Pour une bonne observable R , il y a un rapport naturel entre l'intensité de forçage η et la réponse $\nu_\eta(R)$ l'espérance de l'observable par rapport de la mesure de probabilité stationnaire de la dynamique perturbée ν_η . Proposé par des physiciens dans les années 1980s [3] pour des dynamiques déterministes une formulation alternative qu'on appelle l'ensemble de réponse fixée. La réponse est fixée exactement en contraignant la dynamique à l'équilibre sur l'ensemble de niveau de l'observable en forçant la dynamique en direction du forçage externe. Une version stochastique de cette formulation a été proposée l'année dernière [1]. On considère le cas de systèmes de particules stochastiques en interaction de type champ moyen et montre que l'intensité de ce forçage est une fonction de la mesure empirique. On prouve que cette dynamique est bien-posée et un résultat de propagation de chaos vers un system de McKean–Vlasov avec une contrainte sur l'espérance de l'observable. Un corollaire de ce résultat est l'équivalence de ces deux ensembles. Sous les hypothèses plus fortes on montre aussi avec un argument de couplage basé sur [2] une propagation de chaos uniforme en temps qui pourrait être utile pour comprendre des estimateurs de coefficients de transport basés sur l'ensemble de réponse fixée.

- [1] N. Blassel, G. Stoltz. *Fixing the flux : A dual approach to computing transport coefficients*. Journal of Statistical Physics, **191**, 17, 2024.
- [2] A. Durmus, A. Eberle, A. Guillin, R. Zimmer. *An elementary approach to uniform in time propagation of chaos*. Proceedings of the American Mathematical Society, **148(12)**, 5387–5398, 2020.
- [3] D. J. Evans, W. G. Hoover, B. H. Failor, B. Moran, A. J. C. Ladd. *Nonequilibrium molecular dynamics via gauss's principle of least constraint*. Phys. Rev. A, **28**, 1016–1021, 1983.