Limite en grande population de modèles de particules non-échangeables: exemple avec le modèle de Cucker-Dong

Adrien COTIL, LJLL - Paris **Nathalie AYI**, LJLL - Paris
Fanny DELEBECQUE, IMT - Toulouse

Le modèle de Cucker-Smale est un modèle couramment utilisé pour décrire le phénomène d'alignement selon lequel deux individus se déplaçant dans des directions différentes tendent à se déplacer dans la même direction à la même vitesse. Il est couramment utilisé comme composante de modèles plus complexes pour l'étude et/ou la simulation du mouvement des animaux. Un exemple typique de ce type de modèle est le modèle de Cucker-Dong [1], qui intègre une force d'attraction/répulsion induisant notamment un évitement des collisions entre les individus. Dans cette exposé, nous traiterons de la version non-échangeable de ce dernier modèle, où la force exercée par un individu i sur un individu j est pondérée par un coefficient A_{ij}. Ce modèle s'écrit comme suit

$$\begin{cases} \dot{x}_i = v_i, \\ \dot{v}_i = \dfrac{1}{N}\displaystyle\sum_{i=1}^{N} A_{ij}\psi(|x_i - x_j|)\Gamma(v_j - v_i) + \dfrac{\sigma(v)^{2\alpha-1}}{N}\sum_{i=1}^{N}\phi(|x_i - x_j|)(x_i - x_j), \end{cases} \tag{CD}$$

où $x_i(t), v_i(t)$ correspondent respectivement à la position et à la vitesse de l'individu $i \in \{1, \ldots, N\}$ au temps $t \geq 0$.

Ces dernières années, la question de la limite en grande population de ces modèles, c'est-à-dire la détermination d'équations indépendantes du nombre d'individus et stables, a suscité un grand intérêt au sein de la communauté scientifique. Dans cette présentation, nous aborderons ce problème pour la version non-échangeable du modèle de Cucker-Dong, rendant impossible l'approche par champ moyen utilisée classiquement [5]. D'une part, nous verrons que l'utilisation de la notion de graphon permet de donner un sens à cette limite [3]. D'autre part, nous discuterons de la connexion entre deux récentes descriptions de la limite en grande population de modèles de particules en interaction non-échangeables. La première est donnée par une équation au dérivées partielles de type Vlasov vérifiée par la mesure $\mu_{p,t}$ des positions et des vitesses des particules de label $p \in [0,1]$ au temps $t \geq 0$ [2]. La seconde par une équation intégro-différentielle vérifiée par $x(p,t), v(p,t)$, la position et à la vitesse de l'individu $p \in [0,1]$ au temps $t \geq 0$ [4].

Références

[1] F. Cucker, J-G. Dong, A general collision-avoiding flocking framework, IEEE transactions on automatic control, **56**, (2011), 1124-1129.

[2] N. Ayi, N. Pouradier Duteil, Large-population limits of non-exchangeable particle systems, Active Particles, **4**, (2024), 79-133.

[3] L. Lovász, Large networks and graph limits, American Mathematical Soc., **60**, (2012).

[4] G. Medvedev, The nonlinear heat equation on dense graphs and graph limits, SIAM Journal on Mathematical Analysis, **46**, (2014), 2743-2766.

[5] R. Yang, L. Chen, Mean-field limit for a collision-avoiding flocking system and the time-asymptotic flocking dynamics for the kinetic equation, Kinetic and Related Models, **7**, (2014), 381-400.

Contact : `adrien.cotil@sorbonne-universite.fr`