

Résultats de convergence pour les points critiques de la fonctionnelle d'Ambrosio-Tortorelli avec obstacle en dimension 1

Martin RAKOVSKY, Laboratoire Mathématique d'Orsay - Orsay
Martin RAKOVSKY, Laboratoire Mathématique d'Orsay - Orsay

Depuis l'approche variationnelle des fractures introduite par Francfort et Marigo, l'énergie de Mumford-Shah est fréquemment utilisée pour modéliser les fractures d'un matériau élastique. Ambrosio et Tortorelli ont proposé une approximation champ de phase régularisante de cette fonctionnelle pour laquelle, au moyen de la Gamma-convergence, on obtient la convergence des minimiseurs globaux. En revanche, ce résultat ne donne pas d'informations sur le comportement des points critiques lors du passage à la limite. Cette question a été résolue en dimension 1 par Francfort, Le et Serfaty, et partiellement étendue en plus grande dimension par Babadjian, Millot et Rodiac.

Dans cet exposé, on considère une suite de points critiques de la fonctionnelle d'Ambrosio-Tortorelli en dimension 1 à laquelle on ajoute une condition d'obstacle sur la variable de champ de phase. Ce problème peut être interprété comme une discrétisation en temps d'une évolution quasi-statique, dans laquelle l'obstacle utilisé correspond à la solution obtenue au temps précédent. La condition d'obstacle correspond alors à une condition d'irréversibilité (la fracture ne peut qu'augmenter dans le temps). Tout d'abord, les estimées elliptiques pour un problème d'obstacle permettent de montrer la régularité de ces points critiques. Les limites d'une telle suite de points critiques s'avèrent être les points critiques de l'énergie de Mumford-Shah et héritent des éventuelles discontinuités engendrées par la suite des obstacles. Enfin, le terme de champ de phase converge vers une masse de Dirac dont la masse peut être calculée en utilisant le principe dit d' "équitpartition de l'énergie".