Approche par principe du maximum de Pontryagin pour le contrôle optimal en temps continu avec des contraintes en probabilités

Ange VALLI, Laboratoire des Signaux et Systèmes (L2S), Université Paris-Saclay, CNRS, CentraleSupélec - 91190 Gif-sur-Yvette

Abdel LISSER, Laboratoire des Signaux et Systèmes (L2S), Université Paris-Saclay, CNRS, CentraleSupélec - 91190 Gif-sur-Yvette

Sihem TEBBANI, Laboratoire des Signaux et Systèmes (L2S), Université Paris-Saclay, CNRS, CentraleSupélec - 91190 Gif-sur-Yvette

Ce travail de recherche présente une méthode générique pour la planification de trajectoires robuste aux incertitudes par contrôle optimal en temps continu. Un travail précédent [3] propose la formulation du problème d'optimisation non linéaire avec une fonction de coût intégrale incluant des contraintes en probabilités pour la gestion des incertitudes. Nous explorons une approche basée sur le principe du maximum de Pontryagin pour résoudre le problème de génération de trajectoires de référence pour la navigation de véhicules autonomes. On obtient alors un système d'équations différentielles ordinaires (EDO) équivalent au problème de minimisation d'une fonction objectif sous contraintes, ce qui nous permet de conserver la formulation continue du problème. Grâce à la formulation déterministe équivalente des contraintes en probabilités sous forme de problèmes conique du second-ordre [2], nous pouvons inclure ces contraintes dans le système d'équations.

On considère le vecteur d'état z_t, la commande u_t et l'équation d'état $\frac{dz_t}{dt} = f(z_t, u_t)$. L'état adjoint associé à z_t est noté λ_t et la fonction de coût intégrale à minimiser est notée $J = \int_0^{t_f} l(z_t, u_t)dt$. Soit $S(z_t)$ la formulation déterministe équivalente des contraintes en probabilités sur le vecteur d'état z_t. Soit $q \in \mathbb{N}$ l'ordre de dérivée temporelle de $S(z_t)$ telle que $\frac{d^q S(z_t)}{dt^q}$ est une fonction de l'état z_t et de la commande u_t. On inclut ce terme dans l'expression de l'hamiltonien grâce aux multiplicateurs de Lagrange dépendant du temps notés $\eta_t \geq 0$:

$$H(z_t, u_t, \lambda_t) = l(z_t, u_t) + \lambda_t^T f(z, u) + \eta_t^T \frac{d^q S(z_t)}{dt^q}$$

Dès lors, le système d'équations différentielles ordinaires s'écrit sous la forme d'un problème aux deux bouts [1] :

$$\xrightarrow{z_0},\ \xrightarrow[\lambda_0?]{}\ \boxed{\begin{cases} \frac{dz_t}{dt} = f(z, u) & \text{(Équations d'état)} \\ \frac{d\lambda_t}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial z_t} & \text{(Équations d'état adjoint)} \end{cases}}\ \xrightarrow{z_{t_f}},\ \xrightarrow[\lambda_{t_f} = 0]{}$$

On obtient l'état optimal z_t^* et la commande optimale u_t^* en résolvant le système d'équations pour λ_0^* déterminé par la méthode de tirs tel que $\lambda_0^* = \arg\min_{\lambda_0} ||\lambda_{t_f}||$. Nous évaluerons l'efficacité du modèle à partir de simulations numériques basées sur des scénarios réels de trajectoires de véhicules autonomes issues d'applications industrielles.

[1] A. E. Bryson. *Applied optimal control : optimization, estimation and control.* Routledge, 2018.

[2] A. Prékopa. *Stochastic programming*, vol. 324. Springer Science & Business Media, 2013.

[3] A. Valli, S. Zhang, A. Lisser. *Continuous-time optimal control for trajectory planning under uncertainty.* Accepted in International Journal of Vehicle Autonomous Systems, 2024.

Contact : ange.valli@l2s.centralesupelec.fr