

Sur la contrôlabilité de systèmes sous-elliptiques de type Grushin

Roman VANLAERE, Ceremade, Université Paris Dauphine-PSL - Paris

Dans cet exposé, nous discuterons des propriétés de contrôlabilité d'équations de la chaleur sous-elliptiques de type Grushin, posées sur des domaines tensorisés en deux dimensions. Celles-ci sont des équations paraboliques associées à des opérateurs d'ordre deux, dont les coefficients peuvent être singuliers et/ou dégénérés. Notre système contrôlé prend la forme

$$\begin{cases} \partial_t f - \partial_x^2 f - q(x)^2 \partial_y (r(y)^2 \partial_y f) + V(x)f &= u(t, x, y) \mathbf{1}_\omega(x, y), & (t, x, y) \in (0, T) \times \Omega, \\ f(t, x, y) &= 0, & (t, x, y) \in (0, T) \times \partial\Omega, \\ f(0, x, y) &= f_0(x, y), & (x, y) \in \Omega, \end{cases} \quad (1)$$

où f est l'état, u le contrôle, q un coefficient pouvant s'annuler, r une fonction strictement positive, et V est un potentiel dépendant du choix de la mesure considérée sur Ω , éventuellement singulier au bord du domaine.

Nous présenterons tout d'abord des résultats négatifs, obtenus à l'aide de la théorie d'Agmon. Ensuite, nous parlerons des résultats positifs, soit par une approche constructive, la méthode des moments, soit par un problème d'observabilité, grâce à des estimées de Carleman.

Enfin, nous montrerons comment ces résultats s'étendent à des variétés de dimension 2 munies d'une structure presque-riemannienne, dont la métrique dégénère le long d'une sous-variété de codimension 1.