

# Un modèle de contact lubrifié avec frottement pour la simulation numérique de milieux granulaires immergés

Quentin HOUSIER, CMAP - Palaiseau

**Baptiste DARBOIS-TEXIER**, FAST - Orsay

**Georges GAUTHIER**, FAST - Orsay      **Loïc GOUARIN**, CMAP - Palaiseau

**Aline LEFEBVRE-LEPOT**, CNRS, Centre Borelli - Gif Sur Yvette

Cet exposé porte sur la simulation de milieux granulaires denses, constitués de particules macroscopiques en interaction via un fluide visqueux. Ces systèmes, présents dans de nombreuses applications (traitement des eaux, dynamique côtière, transport sanguin), présentent des phénomènes complexes comme la lubrification ou le contact solide. Leur comportement macroscopique reste mal compris en raison de la complexité des interactions à petite échelle et de la raideur des forces mises en jeu.

La simulation numérique de ces systèmes doit permettre une avancée dans la compréhension de ces phénomènes. La modélisation des contacts entre grains a alors une importance primordiale sur le comportement macroscopique. Ces contacts mènent à des interactions singulières pour lesquelles des schémas numériques adaptés doivent être développés. On se place ici dans le cadre de modèles de type "Dynamique des contacts" développés par J.J. Moreau, faisant appel à l'analyse convexe non lisse.

De tels schémas ont été développés pour la prise en compte de contacts secs avec friction [1] ou avec lubrification [2]. Ils se ramènent, à chaque itération en temps à la résolution d'un problème de minimisation sous contraintes convexes. Dans ces schémas, les forces de contact peuvent être vues comme multiplicateurs de Lagrange du problème contraint. Le problème dual correspondant, nous permet d'écrire ces schémas dans un même cadre, où les forces minimisent une même énergie discrète, sous une contrainte dépendant du modèle choisi.

Des résultats expérimentaux montrent qu'il est indispensable de prendre en compte à la fois les effets de la lubrification et les contacts frottants [3]. En se basant sur les formulations précédentes, on présente dans cet exposé un nouveau modèle permettant de représenter la transition entre les contacts visqueux et frottants. Le schéma correspondant se ramène à chaque instant à résoudre un nouveau problème d'optimisation sous contrainte. Celui-ci est résolu grâce à un algorithme de type gradient projeté accéléré couplé à un algorithme de point fixe.

On montrera que le schéma numérique représentant le couplage des forces de lubrifications et du contact solide converge vers le modèle continu. Par ailleurs, l'analyse de la convergence de l'algorithme de gradient projeté a été menée dans le cas non classique de contraintes non convexes, posées par le nouveau modèle proposé. On présentera enfin des résultats de simulations numériques illustrant la convergence de l'algorithme, ainsi qu'une comparaison avec d'autres approches existantes.

- [1] H. Bloch, A. Lefebvre-Lepot. *On convex numerical schemes for inelastic contacts with friction*. ESAIM : Proceedings and Surveys, **75**, 24–59, 2023.
- [2] A. Lefebvre. *Numerical simulation of gluey particles*. ESAIM : Mathematical Modelling and Numerical Analysis, **43(1)**, 53–80, 2009.
- [3] H. Perrin, M. Wyart, B. Metzger, Y. Forterre. *Nonlocal effects reflect the jamming criticality in frictionless granular flows down inclines*. Physical Review Letters, **126(22)**, 228002, 2021.

Contact : [quentin.houssier@polytechnique.edu](mailto:quentin.houssier@polytechnique.edu)