

## Schéma numérique décalé conservatif pour la simulation d'écoulements à bas nombre de Mach

**Esteban COIFFIER**, LMAP/Cea Saclay STMF - Pau / Saclay

**Jonathan JUNG**, LMAP/Inria CAGIRE - Pau

**Michael NDJINGA**, Cea Saclay STMF - Saclay

**Vincent PERRIER**, LMAP/Inria CAGIRE - Pau

Nous nous intéressons ici à la simulation des équations de la mécanique des fluides compressibles dans un régime à bas nombre de Mach. Nous étudions plus particulièrement l'approximation numérique des équations d'Euler barotropes par méthode de volumes finis/éléments finis.

Les écoulements à bas nombre de Mach sont notoirement difficiles à simuler avec des méthodes de volumes finis classiques à cause, notamment, de la dépendance de leur précision à la forme du maillage [2]. Inspirée par le schéma MAC [3] (introduit pour la simulation de fluides incompressibles), une des solutions proposées pour répondre à ce problème consiste à *décaler* les degrés de liberté de vitesse aux faces du maillage afin d'améliorer l'approximation de l'opérateur divergence. La difficulté d'un tel placement des inconnus réside dans la définition de la conservation, par rapport à des méthodes de volumes finis colocalisés où elle découle directement de l'écriture du schéma.

Dans [4] les auteurs ont proposé des schémas décalés conservatifs basés sur des éléments finis de Crouzeix-Raviart et des Rannacher-Turek sur chaque composante de vitesse.

Notre proposition s'inscrit dans cette lignée avec l'originalité suivante ; nous introduisons une discrétisation décalée basée sur le complexe de *de Rham* d'éléments finis Nédélec-Raviart-Thomas [1]. Plus précisément, la vitesse est dans l'espace des Raviart-Thomas et ne nécessite ainsi qu'un degré de liberté par face du maillage en toute dimension d'espace.

L'intérêt de se baser sur un complexe de *de Rham* discret est illustré par une analyse asymptotique en nombre de Mach [5] :

- i*) le complexe permet de montrer l'existence d'une décomposition de Hodge discrète et, avec cette dernière, d'identifier la limite bas Mach du schéma.
- ii*) avec ce formalisme, des termes de stabilisation ont été construits afin de pouvoir propager, en intégration en temps explicite, des ondes acoustiques à bas nombre de Mach.

Nous dévoilons ainsi dans cette présentation, d'une part les outils théoriques permettant d'assurer la précision à bas nombre de Mach et d'autre par la procédure qui permet d'obtenir un schéma volumes finis conservatif : nous illustrerons les propriétés du schéma avec des simulations numériques en 2 dimensions d'espace.

- [1] A. Ern, J.-L. Guermond. *Theory and practice of finite elements*, vol. 159. Springer, 2004.
- [2] H. Guillard. *On the behavior of upwind schemes in the low mach number limit. iv : P0 approximation on triangular and tetrahedral cells*. *Computers & fluids*, **38(10)**, 1969–1972, 2009.
- [3] F. H. Harlow. *Mac numerical calculation of time-dependent viscous incompressible flow of fluid with free surface*. *Phys. Fluid*, **8**, 12, 1965.
- [4] R. Herbin, W. Kheriji, J.-C. Latché. *On some implicit and semi-implicit staggered schemes for the shallow water and euler equations*. *ESAIM : Mathematical Modelling and Numerical Analysis*, **48(6)**, 1807–1857, 2014.
- [5] J. Jung, V. Perrier. *Steady low mach number flows : identification of the spurious mode and filtering method*. *Journal of Computational Physics*, **468**, 111462, 2022.