

Un modèle épïcardique 3D pour le problème inverse d'électrophysiologie cardiaque

Yves COUDIERE, IMB - Bordeaux

Emma LAGRACIE, IMB - Bordeaux

Lisl WEYNANS, IMB - Bordeaux

Le problème inverse de l'électrophysiologie cardiaque consiste à retrouver des informations sur les signaux électriques du cœur à partir de potentiels électriques relevés sur la surface du torse, afin de détecter d'éventuelles pathologies du rythme cardiaque. Il peut être formalisé comme suit : retrouver le potentiel électrique $u \in H^1(\Omega) \times L^2(0, T)$, et la tension $v \in H^1(\Omega_H) \times L^2(0, T)$, satisfaisant les équations bidomaine

$$\begin{cases} -\operatorname{div}(\sigma_i \nabla(v + u)) = \partial_t v + f(v, w) & \text{dans } \Omega_H, \\ -\operatorname{div}((\sigma_e + \sigma_i) \nabla u) - \operatorname{div}(\sigma_i \nabla v) = 0 & \text{dans } \Omega_H, \\ -\operatorname{div}(\sigma_T \nabla u) = 0 & \text{dans } \Omega_T, \end{cases} \quad (1)$$

assorties de conditions aux limites de flux, tels que la trace $u|_{\Gamma_T}$ du potentiel u sur la surface du torse corresponde aux données z_T observées sur cette même surface. Dans ces équations, les domaines Ω_H et Ω_T représentent respectivement le cœur et le torse, dont l'union est le domaine total Ω . Les tenseurs symétriques définis positifs $\sigma_{i/e/T}$ sont des tenseurs de conductivité électrique. Le terme f correspond à un courant ionique, qui peut reposer sur des EDO complexes et de nombreuses variables "ioniques", représentées par w .

Le problème inverse de l'électrocardiographie (ECGi) repose sur des équations moins complexes appelées "modèle source", utilisées comme contrainte dans un problème de minimisation [4]. Le modèle source choisi peut changer considérablement la nature du problème d'ECGi. Par exemple, si le modèle source utilisé correspond aux lignes 2 et 3 de (1) en statique, alors il existe une dimension infinie de solutions $v \in \Omega_H$ au problème inverse [1]. Une alternative majoritairement utilisée consiste à ne considérer que l'équation de Laplace dans le torse, en statique, et de résoudre un problème de complétion de données pour retrouver uniquement la trace du potentiel u sur la surface externe du cœur (épïcarde). Nous proposons un nouveau modèle source 3D [3], extension heuristique du modèle moyenné 2D présenté dans [2], qui présente l'avantage de coupler (et donc de retrouver), en statique, les deux variables u et v sur l'épïcarde, avec le potentiel u dans le torse. Le fait d'introduire une surface cardiaque, avec des conductivités électriques associées, et une tension transmembranaire v ouvre la possibilité d'insérer de nouvelles informations a priori dans le problème inverse.

Nous présenterons les possibilités offertes par ce modèle, ainsi que ses limitations, observées dans le cadre de la résolution du problème inverse.

- [1] V. Kalinin, A. Shlapunov, K. Ushenin. *On uniqueness theorems for the inverse problem of electrocardiography in the sobolev spaces*. ZAMM-Journal of Applied Mathematics and Mechanics/Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik, **103**(1), e202100217, 2023.
- [2] E. Lagracie, Y. Bourgault, Y. Coudière, L. Weynans. *A depth-averaged heart model for the inverse problem of cardiac electrophysiology*. Inverse Problems, **41**(2), 025002, 2025.
- [3] E. Lagracie, L. Weynans, Y. Coudière. *Assessment of a threshold method for computing activation maps from reconstructed transmembrane voltages*. In 51st international Computing in Cardiology conference-CinC 2024, 2024.
- [4] A. J. Pullan, L. K. Cheng, M. P. Nash, A. Ghodrati, R. MacLeod, D. H. Brooks, et al. *The inverse problem of electrocardiography*. Comprehensive electrocardiology, **1**, 299–344, 2010.