

Homogénéisation stochastique et périodique

Marc JOSIEN, CEA - Cadarache

Nicolas CLOZEAU, IMATH (Université de Toulon) - La garde

Née au XIX^{ème} siècle, avec les travaux pionniers de Maxwell [4] et Clausius [2], l'étude des systèmes hétérogènes multiéchelles vise à une compréhension du comportement macroscopique d'un objet complexe via la description de phénomènes plus fondamentaux agissant à l'échelle de la microstructure. En général, le processus de "remontée d'échelles" du microscopique vers le macroscopique –ou *homogénéisation*– est complexe (il s'agit rarement d'une simple "moyennisation") : il est gourmand en ressources numériques, et il est particulièrement ardu à justifier mathématiquement et à quantifier.

Ainsi, la théorie mathématique de l'homogénéisation n'a réellement pris son essor qu'à partir des années 70, notamment avec les travaux de Murat et Tartar [5] dans le cadre périodique et ceux de Papanicolaou et Varadhan [6] pour le cadre stochastique. Longtemps purement qualitatif, c'est au cours de la dernière décennie que le processus d'homogénéisation stochastique a pu être quantifié finement, notamment grâce aux travaux de Gloria, Neukamm et Otto [3] et à ceux d'Armstrong, Mourrat et Kuusi [1].

L'objet de ce mini-symposium est de proposer des regards croisés sur l'homogénéisation. Les différents orateurs y présenteront des résultats variés, tant sur la nature de l'équation étudiée (linéaire ou non, statique, dynamique ou ondulatoire...), sur le type de microstructures (périodiques ou non, aléatoires...), que sur les méthodes employées.

Les orateurs sont :

- Cédric Sultan (LMA) : *High-frequency homogenization for elastic wave propagation in random layered media*
- Alberic Lefort (CERMICS) : *Multi-Scale Finite Element Methods for reaction-diffusion equations with oscillatory coefficients*
- Simon Ruget (CERMICS) : *TBA*
- Marc Josien (CEA) : *Méropé : une application logicielle de génération de microstructure pour l'homogénéisation numérique*

- [1] S. Armstrong, T. Kuusi, J.-C. Mourrat. *Quantitative stochastic homogenization and large-scale regularity*, vol. 352. Springer, 2019.
- [2] R. Clausius. *Die mechanische behandlung der electricität*, vol. 2. Druck und Verlag von Friedrich Vieweg und Sohn, 1879.
- [3] A. Gloria, S. Neukamm, F. Otto. *A regularity theory for random elliptic operators*. Milan journal of mathematics, **88(1)**, 99–170, 2020.
- [4] J. C. Maxwell. *A treatise on electricity and magnetism*, vol. 1. Clarendon press, 1873.
- [5] F. Murat, L. Tartar. *Calculus of variations and homogenization*. Springer, 1997.
- [6] G. C. Papanicolaou, S. R. S. Varadhan. *Boundary value problems with rapidly oscillating random coefficients*. In *Random fields, Vol. I, II (Esztergom, 1979)*, vol. 27 of *Colloq. Math. Soc. János Bolyai*, pp. 835–873. North-Holland, Amsterdam-New York, 1981.