

## Analyse théorique et numérique d'un problème dissipatif à frontières libres

Amélie DUPOUY, Inria - Lille

Dans cet exposé, je vais vous présenter l'étude, à la fois théorique et numérique, d'un problème de diffusion qui est posé sur un domaine mobile au cours du temps. C'est un problème à une dimension, et trois inconnues : la concentration à l'intérieur du domaine  $u$ , et les deux frontières mobiles, dont l'évolution est couplée à celle de la concentration  $u$ .

L'objectif est de démontrer que **le système continu possède une solution**, et d'étudier le comportement en temps long de celle-ci, pour montrer qu'elle converge vers un profil **onde progressive**. La première chose à faire est donc d'établir l'existence de cette solution particulière en onde progressive. Ensuite, l'étude théorique du système repose essentiellement sur des calculs d'énergie libre, qui permettent d'obtenir des bornes a priori sur la concentration  $u$ .

La plus grande partie de l'étude se place du point de vue numérique. La discrétisation se fait à l'aide d'une méthode de volumes finis en espace, couplée avec un schéma d'Euler implicite pour la discrétisation en temps. La monotonie du schéma permet d'obtenir des bornes a priori sur la solution approchée, qui sont consistantes avec les bornes sur la solution au problème continu. L'obtention de ces bornes permet d'appliquer des propriétés liées au degré topologique de Brouwer, et de conclure à l'existence d'une solution au schéma numérique. L'étude de la convergence du schéma numérique permet de passer à la limite et de prouver l'existence d'une solution au système continu de départ.

Je proposerai également quelques simulations numériques, notamment pour visualiser le comportement des interfaces au cours du temps, mais également pour illustrer la convergence d'une solution vers le profil onde progressive.

L'étude de cette équation est motivée par la volonté de comprendre le phénomène de corrosion qui intervient notamment lors du stockage de déchets nucléaires. En effet, ces déchets sont stockés dans des cuves en métal, puis enterrés à des centaines de mètres de profondeur dans un sol argileux. Le contact entre le sol et la couche de métal à la surface de la cuve entraîne une réaction d'oxydo-réduction, qui provoque la corrosion du métal. Le système présenté ici est donc un modèle simplifié pour ce phénomène, dont le but principal est de comprendre l'impact des frontières mobiles sur la diffusion, pour ensuite généraliser les résultats à des modèles plus réalistes.