

Comparaison des erreurs de discrétisations numériques de différentes formulations des dérivées de forme de fonctionnelles dépendant du gradient

Timothée DEVICTOR, CEA,DES,IRESNE,DEC,Cadarache - Cadarache

Marc JOSIEN, CEA,DES,IRESNE,DEC,Cadarache - Cadarache

Olivier PANTZ, UNICE/LJAD - Nice

Cet exposé porte sur la comparaison des erreurs de discrétisation de diverses expressions de la dérivée de forme de fonctionnelles dépendant non-linéairement du gradient de la solution d'une EDP elliptique posée sur la forme. Un tel problème se pose naturellement lorsqu'on souhaite éviter la fissuration d'une pièce mécanique.

Les dérivées de forme correspondent à la variation d'une fonctionnelle par rapport à une perturbation de son domaine de définition. Elles peuvent être exprimées sous forme d'intégrales surfaciques, appelées dérivées de forme surfaciques, ou sous forme d'intégrales volumiques, appelées dérivées de forme volumiques ou distribuées. Bien que ces différentes formulations soient mathématiquement équivalentes, leurs discrétisations numériques ne le sont pas et conduisent à des erreurs de discrétisation distinctes [2]. En outre, en fonction de la stratégie de discrétisation choisie, différentes formulations de la dérivée de forme surfacique peuvent être établies avec des propriétés de convergence numérique différentes [1].

Jusqu'à présent, les études sur les erreurs de discrétisation des dérivées de forme se sont limitées à des fonctionnelles dépendant de la solution du problème primal. Cela exclut des cas pratiques importants, notamment en mécanique pour des fonctions coûts dépendant des contraintes. Notre objectif est de combler cette lacune et d'étendre les analyses existantes au cas de fonctionnelles dépendant du gradient de la solution primale. Ces fonctionnelles peuvent présenter des problèmes de régularité [3], d'où la nécessité d'utiliser des formulations de la dérivée de forme suffisamment robustes.

Pour ce faire, on développe une nouvelle formulation surfacique de la dérivée de forme en utilisant la méthode de décomposition Mortar [4]. Puis, on compare les erreurs de discrétisations numériques des dérivées de forme distribuée, surfacique classique, Mortar et surfacique corrigée (proposée dans [1]).

Sous conditions de régularité, on conclut que les dérivées de forme distribuée, Mortar, et corrigées sont suffisamment robustes pour résoudre des problèmes de minimisation de fonctionnelles de forme dépendant du gradient.

- [1] W. Gong, S. Zhu. *On Discrete Shape Gradients of Boundary Type for PDE-constrained Shape Optimization*. SIAM Journal on Numerical Analysis, **59**(3), 1510–1541, 2021. doi : 10.1137/20M1323898.
- [2] R. Hiptmair, A. Paganini, S. Sargheini. *Comparison of approximate shape gradients*. BIT Numerical Mathematics, **55**, 2014. doi :10.1007/s10543-014-0515-z.
- [3] G. I. N. Rozvany. *On design-dependent constraints and singular topologies*. Structural and Multidisciplinary Optimization, **21**, 164–172, 2001. doi :10.1007/s001580050181.
- [4] B. Wohlmuth. *A Mortar Finite Element Method Using Dual Spaces For The Lagrange Multiplier*. SIAM Journal on Numerical Analysis, **38**, 2000. doi :10.1137/S0036142999350929.