

Vers des algorithmes optimaux pour la reconstruction de modèles de faible dimension

Yann TRAONMILIN, Univ. Bordeaux, Bordeaux INP, CNRS, IMB, UMR 5251 - Talence
Jean-François AUJOL, Univ. Bordeaux, Bordeaux INP, CNRS, IMB, UMR 5251 - Talence
Antoine GUENNEC, Univ. Bordeaux, Bordeaux INP, CNRS, IMB, UMR 5251 - Talence

On considère le problème de la reconstruction d'éléments d'un modèle de faible dimension à partir de mesures linéaires. Du traitement du signal et des images jusqu'aux problèmes inverses en science des données, cette question a été au centre de nombreuses applications. Dernièrement, avec le succès des modèles et méthodes reposant sur les réseaux de neurones profonds conduisant à des formulations non-convexes, les approches variationnelles convexes traditionnelles ont montré leurs limites. De plus, la multiplication des algorithmes et des résultats de reconstruction rendent complexe l'identification des méthodes de reconstruction les plus efficaces.

Dans cet exposé, on étudie la reconstruction de tels modèles avec une classe d'algorithmes largement utilisés sans considérer de fonction sous-jacente typique des approches variationnelles. Ce résultat conduit à une classe d'algorithmes de descente de gradient projeté qui reconstruisent des éléments de modèles de faible dimension avec une convergence géométrique. Les taux de convergence obtenus permettent de dissocier l'impact de la qualité des mesures et l'influence de la complexité intrinsèque du modèle. En effet, on peut mesurer directement la performance de cette classe d'algorithmes par le biais d'une constante de Lipschitz restreinte de la projection utilisée. En optimisant cette constante, on définit des algorithmes optimaux.

Notre approche générale fournit un résultat d'optimalité dans le cas classique de la reconstruction parcimonieuse. De plus, on révèle de la convergence géométrique pour certaines méthodes d'imagerie « plug-and-play » reposant sur des modèles appris par apprentissage profond en interprétant nos résultats dans ce contexte. On relie ainsi la théorie de la reconstruction de modèles de faible dimension avec l'utilisation de "deep priors" pour des problèmes inverses d'imagerie dans le cadre d'une théorie unifiée, validée par l'expérience.

Ces résultats sont disponibles dans [1].

[1] Y. Traonmilin, J. F. Aujol, A. Guennec. *Towards optimal algorithms for the recovery of low-dimensional models with linear rates*. arXiv preprint arXiv :2410.06607, 2024.