

Sur un modèle l'évolution des régions urbaines

João Miguel MACHADO, LMCRC - Paris

Dans cet exposé, nous considérons le flot de gradient d'une variante de la fonctionnelle introduite par Buttazzo et Santambrogio en [1], dont les minimiseurs représentent la configuration optimale des distributions de la population et des pôles de travail ou de services dans une région urbaine.

Ce flot de gradient se compose de deux équations couplées. La première est une équation aux dérivées partielles qui modélise l'évolution de la concentration des habitants d'une région urbaine. Ceux-ci cherchent à se disperser pour éviter les zones de trop forte densité, tout en souhaitant rester proches des pôles de travail et de services disponibles dans la ville. La seconde équation, étant une EDO qui décrit le comportement des pôles de travail. Ceux-ci cherchent à éviter la concurrence entre eux, tout en minimisant la distance moyenne à la portion de la population qu'ils desservent.

Bien que l'existence de solutions pour ce système couplé soit difficile à démontrer par des méthodes classiques de type point fixe, elle peut être établie à l'aide d'une variante du schéma de mouvements minimisants dans la topologie de Wasserstein, tel qu'introduit dans [2]. Nous montrons ensuite que l'équation limite est bien posée, et nous discutons certaines propriétés qualitatives des solutions.

Enfin, nous présentons quelques simulations numériques qui permettent d'illustrer le comportement stationnaire du système ainsi que les configurations d'équilibre de la distribution de la population et du placement optimal des pôles de travail.

- [1] G. Buttazzo, F. Santambrogio. *A model for the optimal planning of an urban area*. SIAM journal on mathematical analysis, **37(2)**, 514–530, 2005.
- [2] R. Jordan, D. Kinderlehrer, F. Otto. *The variational formulation of the fokker–planck equation*. SIAM journal on mathematical analysis, **29(1)**, 1–17, 1998.