

# Reconstruction paramétrique dans une équation d'onde transitoire à partir des mesures internes

**Zineb RAMICHE**, Inria Saclay - Palaiseau  
**Sebastien IMPERIALE**, Inria Saclay - Palaiseau

Dans ce travail, nous présentons une méthode de reconstruction paramétrique d'une équation d'onde transitoire, en particulier l'application visée est l'estimation le module d'élasticité en élastographie transitoire. Nous introduisons le modèle sous une forme plus abstraite pour une application plus générale. Soient  $A : D(A) \subset \mathcal{Z} \rightarrow \mathcal{Z}$  et  $B : D(B) \subset \mathcal{Z} \rightarrow \mathcal{Z}$  deux opérateurs anti-adjoints dans des espaces de Hilbert, tel que pour tout  $\eta > 0$  l'opérateur  $\eta A + B$  soit maximal monotone. On considère que les mesures  $z$  sont solutions du système suivant :

$$\begin{cases} \dot{z}(t) + \bar{\eta} Az(t) + Bz(t) = 0, & t \in [0, T] \\ z(0) = z_0, \end{cases} \quad (1)$$

tels que  $\bar{\eta}$  est connue, tandis que la donnée initiale  $z_0$  est inconnue. Soit  $D \in \mathcal{L}(\mathcal{Z}, \mathcal{Y})$  un opérateur d'observation. Pour tout  $t \in [0, T]$ , on suppose donné  $y(t) := Dz(t)$ . L'observateur [1]  $\hat{z}_\eta(t)$  est alors défini comme solution du système suivant :

$$\begin{cases} \dot{\hat{z}}_\eta(t) + \eta A\hat{z}_\eta(t) + B\hat{z}_\eta(t) = -\gamma D^*(D\hat{z}_\eta(t) - y(t)), & t \in [0, T] \\ \hat{z}_\eta(0) = 0, \end{cases} \quad (2)$$

où  $\gamma > 0$ . On introduit la fonction coût à minimiser  $\mathcal{J}_T : \mathcal{S} \subset \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  définie par

$$\mathcal{J}_T(\eta) = \int_0^T \|y(t) - D\hat{z}_\eta(t)\|_{\mathcal{Y}}^2 dt. \quad (3)$$

L'objectif de ce travail est double. Premièrement, dans des cas simplifiés, nous visons à démontrer que, pour un temps  $T$  suffisamment grand, le minimiseur  $\eta_T = \arg \min \mathcal{J}_T$  converge vers  $\bar{\eta}$ , malgré l'absence d'informations sur la condition initiale  $z_0$ . Deuxièmement, dans des configurations plus complexes, nous cherchons à établir numériquement la robustesse de l'algorithme face aux bruits. Des résultats numériques seront présentés, incluant un modèle acoustique 1-D ainsi qu'un modèle 2-D des ondes de cisaillement utilisant des données **réelles** obtenues dans le cadre *ANR Elastoheart* sur des fantômes de tissus biologiques, comme illustré dans ci-dessous.

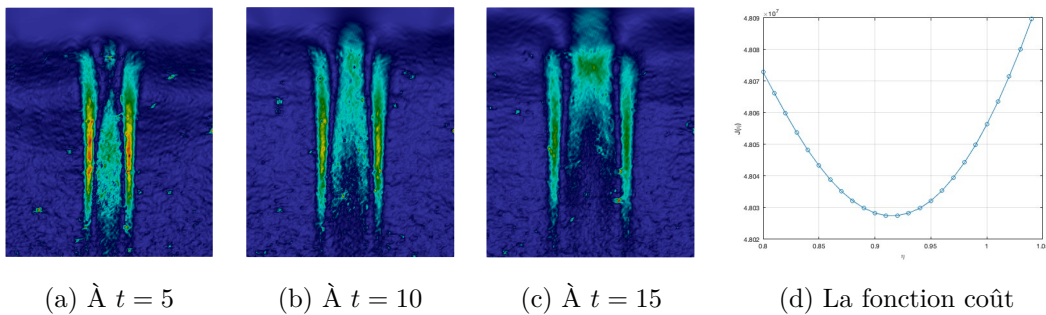


FIGURE 1 – (a),(b),(c) : L'observateur  $\hat{z}_\eta$  à différents instants. (d) : La fonction coût  $\mathcal{J}(\eta)$ .

- [1] P. Moireau, D. Chapelle, P. Le Tallec. *Filtering for distributed mechanical systems using position measurements : perspectives in medical imaging*. Inverse problems, **25(3)**, 035010, 2009.

Contact : [zineb.ramiche@inria.fr](mailto:zineb.ramiche@inria.fr)