

Analyse d'erreur pour des schémas d'optimisation stochastique

Charles-Edouard BRÉHIER, LMAP - Pau Nassim EN-NEBBAZI, LMAP - Pau
Marc DAMBRINE, LMAP - Pau

Nous nous intéressons à une classe de schémas d'optimisation stochastique de type gradient. En supposant que la fonction objectif est fortement convexe, nous établissons des estimations d'erreur, uniformes en temps, pour l'écart entre la solution du schéma numérique et celles d'équations différentielles continues modifiées (ou à haute résolution) aux ordres un et deux, en fonction du pas. À l'ordre un, l'équation modifiée est déterministe, tandis qu'à l'ordre deux, elle est stochastique et dépend d'une fonction objectif modifiée.

La nouveauté par rapport aux travaux [3, 4] est l'étude de l'erreur en fonction du pas qui est valable en temps arbitrairement long, ce qui permet d'étudier rigoureusement la complexité de ces algorithmes en fonction du pas et du nombre d'itérations.

Nous présenterons principalement les résultats de la prépublication [1] sur un schéma de type gradient, ainsi que des extensions au cas d'une méthode de gradient semi-implicite [2] et au cas d'une méthode inertielle de type Heavy Ball.

- [1] C.-É. Bréhier, M. Dambrine, N. En-Nebbazi. *Asymptotic error analysis for stochastic gradient optimization schemes with first and second order modified equations*, 2024. Working paper or preprint.
- [2] C.-É. Bréhier, M. Dambrine, N. En-Nebbazi. *Modified equations and error analysis for a semi-implicit stochastic optimization scheme*, 2025. Working paper or preprint.
- [3] M. Dambrine, C. Dossal, B. Puig, A. Rondepierre. *Stochastic Differential Equations for Modeling First Order Optimization Methods*. SIAM J. Optim., **34**(2), 1402–1426, 2024. doi : 10.1137/21M1435665.
- [4] Q. Li, C. Tai, W. E. *Stochastic modified equations and dynamics of stochastic gradient algorithms I : mathematical foundations*. J. Mach. Learn. Res., **20**, Paper No. 40, 47, 2019.