

Un stand pour présenter les activités de Briec Antoine dit Urban

Briec ANTOINE DIT URBAN, LJLL-INRIA-IFPEN-ONERA - Paris
Frédéric NATAF, LJLL-INRIA - Paris

Dans ce stand nous présenterons un modèle basé sur les Graph Neural Network (GNN) générant par une construction parallèle des factorisations incomplètes utiles au préconditionnement de méthodes itératives pour les systèmes linéaires.

La modélisation de phénomènes physiques de plus en plus complexes et le besoin de précision accrue des résultats nécessitent de résoudre des systèmes linéaires très souvent creux, de très grande taille, et mal conditionnés. Cette étape de résolution représente encore une part très importante du temps d'exécution des simulations numériques et disposer de stratégies robustes et efficaces pour l'accélérer est un enjeu crucial. La taille de ces systèmes pouvant aller jusqu'à plusieurs milliards, les méthodes directes, telles que les factorisations de Cholesky ou LU, ne sont pas envisageables du fait de leur trop grande complexité algorithmique et de leur coût mémoire. Les méthodes itératives de type Krylov, comme la méthode du Gradient Conjugué (CG) dans le cas symétrique défini positif (SDP), ou la méthode GMRES dans le cas général, sont mieux adaptées à ce type de problème et des techniques de préconditionnement sont en général utilisées pour améliorer leurs propriétés de convergence. La recherche sur l'amélioration de ces techniques est cependant toujours très active et ce principalement du fait de leur manque d'universalité, de garanties d'aboutissement (breakdowns) et leur faible propension à la parallélisation.

Suivant une proposition récente de P. Hausner et al [4], cette thèse s'intéresse à la conception de nouveaux préconditionneurs dont la construction est parallèle et robustes obtenus par des méthodes d'apprentissage automatique. La méthode d'apprentissage par GNN est particulièrement indiquée pour ce travail en raison de la proximité bien établie entre les systèmes linéaires et les graphes de Coates [2, 5] ainsi qu'aux fortes avancées du potentiel d'apprentissage et de la précision de ces méthodes [1]. L'architecture par échange de message (MP) des GNN permet entre autres de répliquer sur des graphes l'opération de convolution à l'origine du succès des modèles CNN pour l'apprentissage sur des données structurées. Nous présenterons les performances d'une hybridation de ce modèle avec l'algorithme déterministe IC(0) qui nous a permis d'obtenir les meilleures performances actuelles tant sur l'efficacité des préconditionneurs obtenus que sur leur complexité et leur vitesse de génération sur un benchmark reconnu dans ce champ de recherche [3]. D'autres cas d'étude proviendront de systèmes générés via FreeFem ou d'applications de l'IFPEN, telles que celles en CFD pour l'éolien.

- [1] P. W. Battaglia, J. B. Hamrick, V. Bapst, A. Sanchez-Gonzalez, V. Zambaldi, M. Malinowski, A. Tacchetti, D. Raposo, A. Santoro, R. Faulkner, et al. *Relational inductive biases, deep learning, and graph networks*. arXiv preprint arXiv :1806.01261, 2018.
- [2] M. Doob. *Applications of graph theory in linear algebra*. Mathematics Magazine, **57**(2), 67–76, 1984.
- [3] L. Grementieri, F. Finelli. *Stand : A dataset of linear static analysis problems*. arXiv preprint arXiv :2201.05356, 2022.
- [4] P. Häusner, O. Öktem, J. Sjölund. *Neural incomplete factorization : learning preconditioners for the conjugate gradient method*. arXiv preprint arXiv :2305.16368, 2023.
- [5] N. S. Moore, E. C. Cyr, P. Ohm, C. M. Siefert, R. S. Tuminaro. *Graph neural networks and applied linear algebra*. SIAM Review, **67**(1), 141–175, 2025.

Contact : briec.antoine-dit-urban@inria.fr