

Analyse d'erreur a posteriori basée sur un flux équilibré pour un problème d'interface sur un maillage non conforme

Daniela CAPATINA, Laboratoire de Mathématiques et leurs Applications de Pau - Pau
Aimene GOUASMI, Laboratoire de Modélisation Pluridisciplinaire et Simulations - Perpignan

La reconstruction locale de flux numériques conservatifs à partir d'une solution éléments finis, ainsi que leur application dans différents contextes, comme l'estimation d'erreur a posteriori ou la conservation de flux en mécanique des milieux continus, sont des sujets de recherche importants, largement étudiés dans la littérature.

L'objectif de ce travail est de reconstruire des flux conservatifs pour un problème de diffusion présentant des interfaces non-alignées avec le maillage, et de les utiliser à travers une analyse d'erreur a posteriori dans le raffinement adaptatif de maillage. Cela nous amène à développer une technique de reconstruction pour la méthode CutFEM [2], choisie pour traiter numériquement l'interface, qui soit robuste par rapport à la discrétisation, à la géométrie de l'interface et aux coefficients de diffusion. La méthode de reconstruction se base sur l'approche développée dans [1] pour le problème de Poisson discrétisé par une méthode d'éléments finis standard, approche généralisée ensuite dans [3] au problème de diffusion avec coefficients (fortement) discontinus. L'idée consiste à introduire une formulation mixte équivalente à la formulation primale discrète, via un multiplicateur de Lagrange défini sur les arêtes du maillage et qui sert à corriger le flux (voir [4]).

Dans cette présentation, on considère un problème elliptique de second ordre qui présente une interface Γ non-alignée avec le maillage, sur laquelle des conditions de transmission sont imposées. Les mailles coupées sont prises en compte par la méthode CutFEM, qui est robuste par rapport à la position de l'interface. Nous nous limitons ici aux éléments finis conformes. Nous proposons une reconstruction dans l'espace de Raviart-Thomas immergé de plus bas degré, introduit récemment dans [5], dont les éléments respectent fortement la condition de transmission à travers l'interface et prennent également en compte, de manière faible, la continuité de la solution à travers Γ . Nous démontrons la propriété de conservation du flux et définissons un nouvel estimateur d'erreur basé sur le flux, pour lequel nous établissons la fiabilité ainsi que l'efficacité locale, de manière robuste par rapport aux coefficients de diffusion. Des tests numériques illustrent l'analyse théorique.

- [1] R. Becker, D. Capatina, R. Luce. *Local flux reconstructions for standard finite element methods on triangular meshes*. SIAM J. Numer. Anal., **54**(4), 2016.
- [2] E. Burman, P. Hansbo. *Fictitious domain finite element methods using cut elements : II. A stabilized Nitsche method*. Appl. Numer. Math., **62**, 2012.
- [3] D. Capatina, A. Gouasmi, C. He. *Robust flux reconstruction and a posteriori error analysis for an elliptic problem with discontinuous coefficients*. J. Sci. Comput., **98**(1), 2024.
- [4] A. Gouasmi. *Flux reconstruction for an interface problem and application to a posteriori error analysis*. Ph.D. thesis, Université de Pau et des Pays de l'Adour, 2024.
- [5] J. Haifeng. *An immersed Raviart-Thomas mixed finite element method for elliptic interface problems on unfitted meshes*. J. Sci. Comput., **91**(2), 2022.